**Уравнения**

**Обозначения и их значения:**

* a: Коэффициент теплопроводности материала.
* θ: Температура.
* Δ: Лапласиан, дифференциальный оператор второго порядка
* v: Вектор скорости течения (конвективный член).
* ∇θ: Градиент температуры, описывающий направление и скорость наибольшего увеличения температуры.
* b: Коэффициент, связанный с радиацией.
* ​: Коэффициент поглощения радиации.
* ∣θ∣: Нелинейный член, учитывающий зависимость излучательной способности от температуры (модель Степана-Больцмана).
* ϕ: Радиационный потенциал.
* ​: Нормальная производная (производная в направлении нормали к границе).
* γ: Коэффициент теплопередачи на границе.
* ​: Заданная температура на границе.
* α: Коэффициент, связанный с радиационной теплопередачей.
* β: Коэффициент излучения на границе.
* Γ: Граница области.

**Слабая формулировка**

**Обозначения и их значения:**

* η: Тестовая функция для температуры θ, используемая в методе Галеркина.
* ψ: Тестовая функция для радиационного потенциала ϕ, также используемая в методе Галеркина.
* (⋅,⋅): Скалярное произведение

**Суммарно**

* : Теплопроводность.
* : Конвекция.
* Радиационная составляющая, зависящая от температуры.
* : Вклад радиационного потенциала.

**В слабой формулировке:**

* : Вклад теплопроводности в слабой формулировке.
* : Вклад конвекции и радиации.
* : Граничный вклад для температуры.
* : Вклад теплопроводности радиационного потенциала.
* : Вклад радиационного потенциала.
* : Граничный вклад для радиационного потенциала.

**1. Кондукция (Теплопроводность) — −aΔθ**

* **Почему вычитаем?** Теплопроводность описывает процесс, при котором тепло перемещается из области с высокой температурой в область с низкой температурой. Это движение тепла приводит к выравниванию температуры. Оператор Лапласа (Δθ\Delta \thetaΔθ) дает положительное значение, когда температура ниже среднего, и отрицательное, когда температура выше среднего. Умножение на отрицательный знак показывает, что тепло уходит из более горячих областей и добавляется в более холодные, способствуя выравниванию температуры.

**2. Адвекция (Перенос тепла воздухом) — +v∇θ**

* **Почему прибавляем?** Адвекция описывает перенос тепла потоком воздуха. Градиент температуры (∇θ\nabla \theta∇θ) показывает, как температура изменяется в пространстве. Вектор скорости (vvv) показывает направление и скорость потока воздуха. Если поток воздуха несет тепло в определенную область, то это тепло добавляется к температуре этой области. Поэтому этот член прибавляется, так как он описывает положительный вклад в изменение температуры за счет движения воздуха.

**3. Радиация (Излучение тепла) — +bκa∣θ∣θ3**

* **Почему прибавляем?** Излучение тепла описывает, как горячие объекты (например, нагреватели или солнце) излучают тепло. Этот член добавляет тепло в систему, так как он представляет собой количество тепла, которое излучается и поглощается в области. Чем выше температура объекта, тем больше тепла он излучает, и это тепло добавляется в общую температуру системы.

**4. Источник радиации — =bκaϕ**

* **Почему приравниваем?** Правая часть уравнения представляет источник радиации (ϕ\phiϕ). Это тепло, которое поступает в систему извне, например, солнечное тепло через окна. Уравнение говорит, что сумма всех вкладов (кондукция, адвекция, собственное излучение) должна быть равна этому источнику тепла.

**Граничное условие для радиационного теплообмена**

α∂nϕ+β(ϕ−Θ04)∣Γ=0\alpha \partial\_n \phi + \beta (\phi - \Theta\_0^4) \big|\_\Gamma = 0α∂n​ϕ+β(ϕ−Θ04​)​Γ​=0

**1. Радиационный поток через поверхность — α∂**

* **Почему прибавляем?** Этот член описывает, как тепло передается через поверхность (например, через стену или окно). Если тепло проходит через поверхность, оно либо добавляется в систему (если тепло поступает внутрь), либо уходит из системы (если тепло выходит наружу). Здесь учитывается изменение радиационного потока через поверхность, и это добавляется в общую балансировку тепла на границе.

**2. Излучение и поглощение тепла поверхностью — β(ϕ−Θ04)**

* **Почему прибавляем?** Этот член описывает разницу между радиационным потоком (ϕ) и тепловым излучением окружающей среды (Θ04\Theta\_0^4Θ04​). Если поверхность теплее окружающей среды, она будет излучать больше тепла, чем получает, и наоборот. Этот член добавляется к уравнению, так как он показывает баланс тепла на границе: сколько тепла добавляется или уходит в зависимости от температуры поверхности и окружающей среды.
* θ (температура) — это то, что мы хотим определить, то есть как изменяется температура в доме.
* a — это коэффициент теплопроводности. Он показывает, как легко тепло проходит через материал, например, через стены.
* Δθ— это математическое выражение, которое показывает, как температура изменяется в разных частях дома. Когда мы видим Δθ\Delta \thetaΔθ, это значит, что тепло переходит из более теплых частей дома в более холодные.
* v — это скорость движения воздуха. Например, если у нас есть вентилятор или ветерок, он помогает переносить тепло.
* ∇θ— это градиент температуры, который показывает направление и скорость изменения температуры. Это как если бы мы знали, в какую сторону и как быстро меняется температура в комнате.
* b — это коэффициент, который связывает радиацию и теплопередачу. Он помогает нам учесть эффект радиации.
* κa ​ — это коэффициент поглощения, который показывает, как материал поглощает излучаемое тепло.
* ∣θ∣θ3— это выражение показывает, как сильно температура влияет на излучение тепла. Оно основано на законе Стефана-Больцмана, который говорит, что излучение пропорционально температуре в четвертой степени.
* ϕ— это радиационный поток, который представляет собой количество тепла, передаваемого излучением.

**Граничное условие для радиационного теплообмена**

Это уравнение описывает, что происходит с теплом на границах дома, например, на стенах или окнах.

* α— это коэффициент, который показывает, как тепло передается через поверхность, например, через стены.
* ∂nϕ — это производная радиационного потока по нормали (перпендикуляру) к поверхности. Она показывает, как быстро меняется радиационный поток через поверхность.
* β— это коэффициент, который показывает, сколько тепла излучается или поглощается поверхностью.
* ϕ— это радиационный поток, который показывает количество тепла, передаваемого излучением через поверхность.
* Θ0​ — это температура окружающей среды (улицы).
* Θ04​ — это температура окружающей среды в четвертой степени, что связано с законом Стефана-Больцмана для теплового излучения.
* Γ— это граница области, например, стены или окна дома.
*  −aΔθ — часть уравнения, которая описывает, как тепло перемещается через стены и окна. Чем больше разница температур между комнатами, тем быстрее тепло переходит из одной комнаты в другую.
*  v∇— описывает, как воздух переносит тепло, если у нас есть ветер или течение воздуха в доме.
*  bκa∣θ∣θ3— описывает, как тепло излучается от горячих объектов, например, от радиаторов отопления.
*  bκaϕ— это "источник тепла", например, солнечное тепло, поступающее через окна.